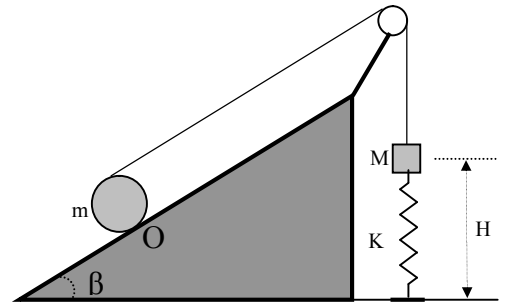


**Facoltà di Ingegneria**  
**Prova Scritta di Fisica I**  
**15 Gennaio 2008**  
**Compito D**

**Quesito n. 1**

Nel sistema riportato in figura, si consideri **inizialmente la molla non presente**: in tal caso la massa  $M$  scende lungo la verticale e trascina un cilindro di massa  $m$  e raggio  $R$  lungo il piano inclinato, facendolo rotolare senza strisciare (si consideri il punto  $O$  come punto di contatto tra la massa  $m$  e il piano inclinato). Sapendo che:  $M = 3 \text{ Kg}$ ,  $R = 0.3 \text{ m}$ ,  $m = 1 \text{ Kg}$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $H = 80 \text{ cm}$ ,  $K = 10 \text{ N/m}$ .

Calcolare:



- 1) Il modulo dell'accelerazione con cui cade la massa  $M$  vale:

- a.  $a = 7,98 \text{ m/s}^2$
- b.  $a = 6,54 \text{ m/s}^2$  (\*)
- c.  $a = 15,08 \text{ m/s}^2$
- d.  $a = 21,33 \text{ m/s}^2$

- 2) L'accelerazione angolare del cilindro vale:

- a.  $\alpha = \frac{\left(M - \frac{m}{2} \sin \beta\right) 2Rg}{M(2R)^2 + I_o}$  (\*)
- b.  $\alpha = \frac{\left(M - \frac{m}{2} \sin \beta\right) 2Rg}{M 2R^2 + I_o}$
- c.  $\alpha = \frac{(M - m \sin \beta) 2Rg}{M + I_o}$
- d.  $\alpha = \frac{(M - m \cos \beta) 2Rg}{M 2 + \frac{I_o}{R^2}}$

- 3) La tensione della fune:

- a.  $T = 42,04 \text{ N}$
- b.  $T = 25,15 \text{ N}$
- c.  $T = 9,81 \text{ N}$
- d.  $T = 5,46 \text{ N}$  (\*)

- 4) Assumendo che il sistema parta da fermo nella configurazione in cui la massa  $M$  dista  $H$  dal suolo, calcolare la velocità angolare del cilindro quando la massa  $M$  tocca terra:

- a.  $\omega = \frac{\sqrt{2aH}}{2R}$  (\*)
- b.  $\omega = \frac{a}{2R}$
- c.  $\omega = \frac{(M - m \sin \beta)g}{2HR}$

d.  $\omega = \frac{\sqrt{2a}}{4HR}$

**Successivamente si consideri nel sistema la molla così come disegnata in figura e si calcoli:**

5) L'equazione del moto:

a.  $a = -\frac{K}{M+m}x + \frac{(M-m\sin\beta)g}{M+m}$

b.  $a = -\frac{K}{M+\frac{I_o}{(2R)^2}}x + \frac{\left(M-\frac{m}{2}\sin\beta\right)g}{M+\frac{I_o}{(2R)^2}} (*)$

c.  $a = -\frac{K}{M+\frac{I_o}{(2R)^2}-K}x + \frac{(M-m\cos\beta)g}{M+\frac{I_o}{(2R)^2}-K}$

d.  $a = -\frac{MK}{M+\frac{I_o}{2R^2}}x + \frac{(M-m\sin\beta)g}{M+\frac{I_o}{2R^2}}$

6) la frequenza di oscillazione del sistema:

a.  $f = 0,59 \text{ Hz}$

b.  $f = 8,15 \text{ Hz}$

c.  $f = 23,42 \text{ Hz}$

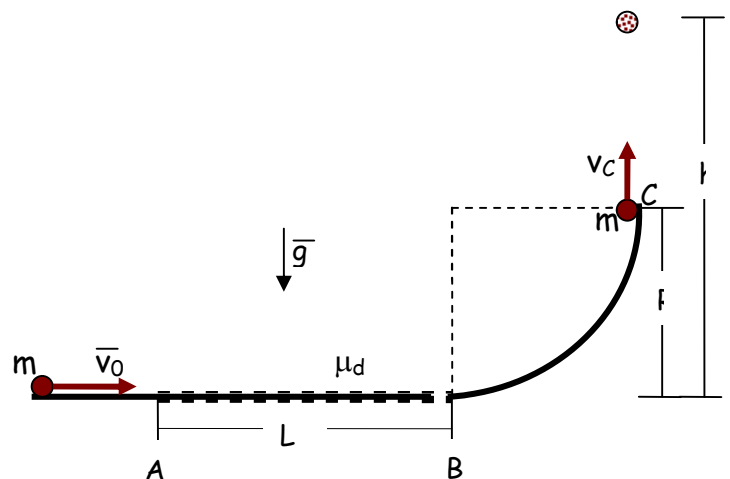
d.  $f = 0,25 \text{ Hz} (*)$

## Quesito n. 2

Un punto materiale di massa  $m$  con velocità costante  $v_0$  su una guida rettilinea, senza attrito, come in figura. Ad un istante  $t_0$  esso incontra un tratto AB di lunghezza  $L$  con attrito dinamico  $\mu_d$ . Subito dopo il tratto scabro, la guida curva verso l'alto formando un arco di circonferenza di raggio  $R$  e di lunghezza  $\frac{\pi}{2}R$ .

Calcolare quale altezza massima  $h$  (rispetto al suolo) raggiunge la massa  $m$  una volta lasciata la guida. Calcolare inoltre il tempo  $t_x$  che il punto materiale impiega per raggiungere  $h$  dal momento in cui si stacca dalla guida. Successivamente rispondere alle seguenti domande.

Sia  $v_0 = 5.0 \text{ m/s}$ ,  $L = 3.0 \text{ m}$ ,  $R = 0.5 \text{ m}$ ,  $\mu_d = 0.1$



7) La velocità del punto materiale dopo il tratto con attrito (nel punto B) vale:

a.  $v_B = \sqrt{v_0^2 - 2g\mu_d l}$  (\*)

b.  $v_B = \sqrt{v_0^2 + 2g\mu_d l}$

c.  $v_B = \sqrt{v_0^2 - g\mu_d l}$

d.  $v_B = \sqrt{v_0^2 + g\mu_d l}$

8) La velocità di  $m$  nel punto C vale:

a.  $v_C = 1.5 \text{ m/s}$

b.  $v_C = 3.1 \text{ m/s}$  (\*)

c.  $v_C = 5.8 \text{ m/s}$

d.  $v_C = 7.0 \text{ m/s}$

9) L'altezza massima raggiunta da  $m$  una volta lasciata la guida è:

a.  $h = \frac{v_C^2}{g}$

b.  $h = \frac{1}{2} \frac{v_C^2}{g}$  (\*)

c.  $h = \frac{1}{2} \frac{v_C}{g}$

d.  $h = \frac{1}{4} \frac{v_C^2}{g}$

10) Il tempo  $t_x$  impiegato dal punto materiale per raggiungere  $h$  vale:

a.  $t_x = 4,8 \text{ s}$

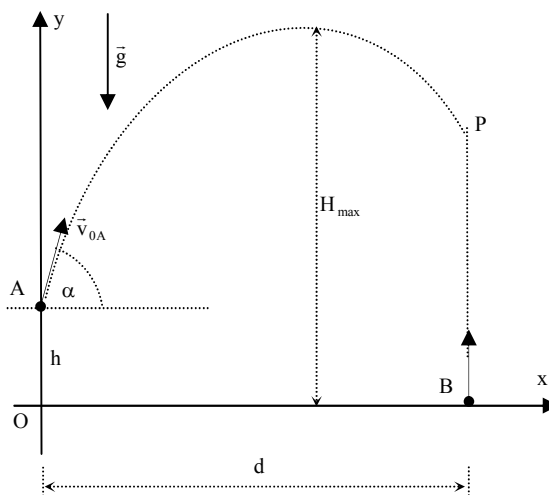
b.  $t_x = 8,15 \text{ s}$

c.  $t_x = 1,08 \text{ s}$

d.  $t_x = 0,3 \text{ s}$  (\*)

### Quesito n. 3

Un punto materiale A viene lanciato da un'altezza  $h = 100 \text{ m}$ . La sua velocità iniziale  $\vec{v}_{0A}$  forma un angolo  $\alpha$  con l'asse x. Allo stesso istante, un secondo punto materiale B, situato sull'asse x a distanza  $d = 200 \text{ m}$  dall'origine O, viene sparato da un lanciarazzi verticalmente verso l'alto con velocità iniziale  $\vec{v}_{0B}$  di modulo pari a  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ed accelerazione  $a = (kt - g)$  (dove  $g$  è l'accelerazione di gravità e  $k = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$ ). I due punti materiali si incontrano dopo 5 secondi dal lancio. Calcolare :



11) Il modulo di  $\vec{V}_{0A}$  :

- a.  $v_{0A} = 45,10 \text{ m/s}$  (\*)
- b.  $v_{0A} = 11,74 \text{ m/s}$
- c.  $v_{0A} = 4,23 \text{ m/s}$
- d.  $v_{0A} = 36,28 \text{ m/s}$

12) L'angolo  $\alpha$  :

- a.  $\alpha = 0,96 \text{ rad}$
- b.  $\alpha = 1,08 \text{ rad}$
- c.  $\alpha = 0,48 \text{ rad}$  (\*)
- d.  $\alpha = 2,16 \text{ rad}$

13) La posizione del punto d'incontro:

- a.  $y_P = y_B(t_s) = \frac{7}{6}t_s^2 + v_{0B}t_s$
- b.  $y_P = y_B(t_s) = \frac{5}{6}t_s^3 - \frac{1}{3}gt_s^2$
- c.  $y_P = y_B(t_s) = \frac{5}{6}t_s^3 - \frac{1}{2}gt_s^2 + v_{0B}t_s$  (\*)
- d.  $y_P = y_B(t_s) = \frac{1}{2}gt_s^2 + v_{0B}t_s$

14) L'altezza massima raggiunta dal corpo A:

- a.  $H_{max} = h + \frac{v_{0A}^2 \sin^2 \alpha}{2g}$  (\*)
- b.  $H_{max} = \frac{v_{0A}^2 \cos^2 \alpha}{2g}$
- c.  $H_{max} = h + \frac{v_{0A}^2 \cos^2 \alpha}{g}$
- d.  $H_{max} = \frac{v_{0A}^2 \sin \alpha}{2}$

15) L'istante in cui il corpo A raggiunge l'altezza massima:

- a.  $\tau = 7,32 \text{ s}$
- b.  $\tau = 3,45 \text{ s}$
- c.  $\tau = 5,53 \text{ s}$
- d.  $\tau = 2,13 \text{ s}$  (\*)

16) I moduli delle velocità dei due corpi nell'istante  $t_s$  in cui avviene lo scontro:

- a.  $v_B(t_s) = \frac{3}{2}t_s^2 + gt_s + v_{0B}$  ;  $v_A(t_s) = \sqrt{2v_{0A}^2 - g^2 t_s^2 - 2v_{0A} g t_s \sin \alpha}$
- b.  $v_B(t_s) = \frac{5}{2}t_s^2 - gt_s + v_{0B}$  ;  $v_A(t_s) = \sqrt{v_{0A}^2 + g^2 t_s^2 - 2v_{0A} g t_s \sin \alpha}$
- c.  $v_B(t_s) = \frac{5}{2}t_s^2 + gt_s + v_{0B}$  ;  $v_A(t_s) = \sqrt{v_{0A}^2 + g^2 t_s^2 + 3v_{0A} g t_s \cos \alpha}$
- d.  $v_B(t_s) = \frac{5}{2}t_s^2 - gt_s - 2v_{0B}$  ;  $v_A(t_s) = \sqrt{v_{0A}^2 + 2g^2 t_s^2 - 5v_{0A} g t_s \tan \alpha}$

## Altre domande

- 17) Se la risultante di due vettori è nulla, i due vettori
- sono uguali, ma hanno punto di applicazione diverso
  - hanno modulo e verso uguali, ma direzione diversa
  - hanno modulo e direzione uguali, ma verso opposto (\*)
  - hanno verso e direzione uguali, ma modulo diverso
- 18) L'asse z intorno a cui ruota un corpo rigido è un asse principale di inerzia del corpo. Con ovvio significato dei simboli vale la relazione ( $\vec{P}$ =quantità di moto,  $\vec{L}$ =momento angolare,  $\vec{M}$ =momento della forza,  $E_c$ =energia cinetica,  $\vec{\omega}$ =velocità angolare,  $\vec{\alpha}$ =velocità angolare)
- $\vec{P} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
  - $M = I_z \omega$
  - $E_c = I_z \alpha^2$
  - $\vec{L} = I_z \vec{\omega}$  (\*)
- 19) Due ruote uguali A e B hanno la stessa energia cinetica; A sta ruotando intorno ad un asse fisso passante per il suo CM, B sta invece rotolando (puro rotolamento) su un piano
- la ruota A ha velocità angolare maggiore di B
  - la ruota B ha velocità angolare maggiore di A
  - le due ruote hanno velocità angolari uguali
  - le due ruote hanno velocità angolari nulle
- 20) Un blocco scivola su un piano scabro. La forza di attrito compie
- un lavoro nullo, se il piano è orizzontale
  - un lavoro positivo se il piano è inclinato e il blocco si muove verso il basso
  - un lavoro positivo se il piano è inclinato e il blocco si muove verso l'alto
  - un lavoro negativo, in tutti i casi
- 21) Dato un sistema di particelle, la variazione della sua energia cinetica è uguale
- al lavoro delle forze interne
  - al lavoro delle forze esterne
  - al lavoro delle forze interne ed esterne
  - alla variazione dell'energia cinetica del centro di massa
- 22) In presenza di forze di attrito, l'energia meccanica di un sistema di particelle che evolve da una configurazione iniziale A ad una configurazione finale B
- rimane costante ( $E_A = E_B$ )
  - diminuisce ( $E_A > E_B$ ) (\*)
  - aumenta ( $E_A < E_B$ )
  - raddoppia ( $E_B = 2E_A$ )

23) Una ruota omogenea ha massa  $M$ , raggio  $R$  e momento d'inerzia  $I$  rispetto all'asse passante per il suo CM. Se la ruota compie un moto di puro rotolamento, con il CM che si sposta con velocità di modulo  $v_{CM}$ , l'energia cinetica della ruota risulta

- a.  $\frac{1}{2} M v_{CM}^2$
- b.  $\frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} \frac{I}{R^2} v_{CM}^2$  (\*)
- c.  $\frac{1}{2} \frac{I}{R^2} v_{CM}^2$
- d.  $\frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I v_{CM}^2$

24) Il periodo di oscillazione di un pendolo semplice non dipende

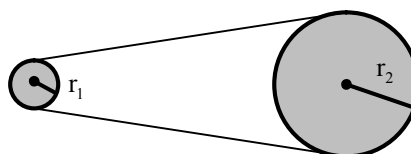
- a. dall'ampiezza dell'oscillazione (\*)
- b. dalla lunghezza del filo
- c. dalla massa del pendolo
- d. dall'accelerazione di gravità

25) Su due corpi diversi agiscono forze uguali. Si può affermare che le accelerazioni prodotte sono

- a. uguali
- b. direttamente proporzionali alle masse
- c. direttamente proporzionali al quadrato delle masse
- d. inversamente proporzionali alle masse (\*)

26) La figura rappresenta due carrucole di raggi  $r_1$  ed  $r_2$  collegate da una cinghia che non scivola su di esse. Se la carruola di raggio  $r_1$  ha accelerazione angolare  $\alpha_1$ , l'accelerazione angolare dell'altra carruola vale

- a.  $\alpha_2 = \frac{r_2}{r_1} \alpha_1$
- b.  $\alpha_2 = \frac{r_1}{r_2} \alpha_1$  (\*)
- c.  $\alpha_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \alpha_1$
- d.  $\alpha_2 = \frac{r_1 + r_2}{r_2} \alpha_1$



27) Un disco orizzontale gira intorno al proprio asse con velocità angolare costante  $\bar{\omega}$ . Ad un certo istante un piccolo frammento di massa  $m$  cade verticalmente sul disco e si attacca alla superficie di esso. Il modulo della velocità angolare del disco:

- a. raddoppia
- b. rimane invariato
- c. diminuisce (\*)
- d. aumenta

- 28) Un punto materiale si muove di moto rettilineo lungo l'asse  $x$  con velocità  $v = kt$  con  $k = 2 \frac{m}{s^2}$  e  $t$  in secondi. Al tempo  $t = 0$  s, il punto materiale si trova nella posizione  $x_0 = x(t=0) = 10m$ ; al tempo  $t = 2s$  il punto materiale si trova nella posizione
- $x = 8m$
  - $x = 10m$
  - $x = 12m$
  - $x = 14m$
- 29) Siano  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  due vettori e sia  $\theta$  l'angolo tra di essi. Il modulo della somma vale
- $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$
  - $\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$  (\*)
  - $\sqrt{a^2 + b^2}$
  - $a + b$

### Domande di Acustica per Ing. Edile-Architettura

- 30) Quale e' sbagliato ?
- $L_w = 10 \text{ Log}(W / W_0)$
  - $L_I = 10 \text{ Log}(I / I_0)$
  - $L_p = 10 \text{ Log}(P / P_0)$  (\*)
  - Nessuno
- 31) Al fattore di direttivita'  $Q=8$  corrisponde una emissione in:
- un semispazio
  - un quadrante
  - un sestante
  - un ottante (\*)
- 32) La formula  $L_p = L_w + 10 \text{ Log}(Q) - 20 \text{ Log}(r) - 11 \text{ dB}$  e' valida:
- in ambiente esterno (\*)
  - in ambiente anecoico
  - in ambiente interno
  - e' sbagliata
- 33) Nell'acustica architettonica si usa prevalentemente la curva di ponderazione:
- A (\*)
  - B
  - C
  - D
- 34) Il tempo di riverbero, secondo Sabine, e' pari a:
- $T = 0.16 \text{ Vol} / \text{Assorb}$  (\*)
  - $T = 0.16 \text{ Assorb} / \text{Vol}$
  - $T = 0.16 \text{ Vol}^2 / \text{Riflessione}$
  - nessuna delle precedenti

- 35) La formula  $L_p = L_w + 10 \log\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R_L}\right)$  e' valida:
- in ambiente esterno
  - in ambiente anecoico
  - in ambiente interno (\*)
  - e' sbagliata
- 36) L'intensita' sonora e' proporzionale a:
- pressione
  - quadrato della pressione (\*)
  - campo elettrostatico
  - cubo della potenza
- 37) Per la presenza di componenti tonali in una emissione sonora la normativa prevede una penalizzazione del livello di pressione di:
- 3 dBC
  - +3 dBA (\*)
  - +5 dB
  - 0 dBA
- 38) Le curve isofoniche evidenziano una maggiore sensibilita' dell'orecchio umano nell'intervallo:
- 2-20 Hz
  - 100-500 Hz
  - 2- 5 KHz (\*)
  - 15- 20 KHz
- 39) Ricordando che i valori di riferimento sono:  $p_0 = 20 \mu\text{Pa} = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$ ,  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ , quanto vale il livello di intensita' sonora corrispondente ad una intensita' di  $1 \text{ W/m}^2$  ?
- 10 dB
  - 100 dB
  - 120 dB (\*)
  - 12 dB



## RISOLUZIONE

### Quesito 1

Alla soluzione si può pervenire rapidamente applicando il principio di d'Alembert:

$P_M dx - P_{mx} dx_{CM} = Ma dx + I_o \alpha d\vartheta$  dove  $I_o$  è il momento d'inerzia del disco nel punto di rotazione istantanea.

Le relazioni tra  $d\vartheta$ ,  $dx$  e  $dx_{CM}$  sono:

$$dx = 2 dx_{CM}$$

$$dx = 2R d\vartheta$$

$$dx_{CM} = R d\vartheta$$

$$a = 2R \alpha$$

$$P_M 2R d\vartheta - P_{mx} R d\vartheta = M 2R \alpha 2R d\vartheta + I_o \alpha d\vartheta$$

$$\alpha = \frac{\left(M - \frac{m}{2} \sin \vartheta\right) 2Rg}{M(2R)^2 + I_o}$$

L'accelerazione del blocco M si può ricavare semplicemente dall'accelerazione del cilindro.

$$a = \frac{\left(M - \frac{m}{2} \sin \vartheta\right) g}{M + \frac{I_o}{(2R)^2}}$$

La tensione T può essere calcolata tramite il blocco di massa M

$$P - T = Ma \quad \text{da cui} \quad T = P - Ma = M \left( g - \frac{\left(M - \frac{m}{2} \sin \vartheta\right) g}{M + \frac{I_o}{(2R)^2}} \right)$$

Per calcolare la velocità angolare del cilindro, calcoliamo inizialmente la velocità che la massa M possiede quando giunge al suolo:

$$H = \frac{v^2}{2a} \quad \text{da cui} \quad v = \sqrt{2aH}$$

Quindi ricordando il legame tra  $d\vartheta$  e  $dx$  si ha:

$$\omega = \frac{v}{2R} = \frac{\sqrt{2aH}}{2R}$$

Inserendo la molla l'equazione del moto diviene:

$$a = -\frac{K}{M + \frac{I_o}{(2R)^2}}x + \frac{\left(M - \frac{m}{2}\sin\vartheta\right)g}{M + \frac{I_o}{(2R)^2}}$$

Dove si può individuare la pulsazione naturale del sistema nel termine:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M + \frac{I_o}{(2R)^2}}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M + \frac{I_o}{(2R)^2}}}$$

## Risultato

$$T \cong 5.444 \text{ N}, \alpha \cong 37.506 \text{ rad/s}^2, a \cong 7.985 \text{ m/s}^2$$

## Quesito 2

Per il teorema della “non conservazione” dell’ energia meccanica in presenza di forze non conservative possiamo scrivere:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg\mu_d l$$

Da questa espressione ricaviamo  $v_B$ :

$$v_B = \sqrt{v_0^2 - 2g\mu_d l} = 4.4 \text{ m/s}$$

Per conoscere l’altezza  $h$  raggiunta dal punto materiale, applichiamo la conservazione dell’energia tra il punto C ed il punto in cui esso si ferma (fissando lo zero del potenziale all’altezza di C):

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mgh$$

$$h = 0.5$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{v_C^2}{g}$$

La velocità nel punto C si ricava ancora con la conservazione dell’energia, tra il punto B ed il punto C:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgR$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 - 2gR} = 3.1 \text{ m/s}$$

Per ricavare il tempo di volo  $t_x$  del punto materiale, scriviamo l’equazione del moto (unidimensionale, uniformemente decelerato):

$$y(t) = R + v_C t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y(t = t_x) = R + h = R + v_C t_x - \frac{1}{2}gt_x^2$$

Sostituendo l’espressione ottenuta in precedenza per  $h$  otteniamo:

$$\frac{1}{2} \frac{v_C^2}{g} = v_C t_x - \frac{1}{2}gt_x^2 \Rightarrow t_x^2 - 2 \frac{v_C}{g} t_x + \frac{v_C^2}{g^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\left(t_x - \frac{v_C}{g}\right)^2 = 0 \Rightarrow t_x = \frac{v_C}{g}$$

$$t_x = \frac{\sqrt{v_B^2 - 2gR}}{g} = 0.3 \text{ s}$$

## Quesito 3

La velocità istantanea di B si ottiene integrando l'accelerazione:

$$v_B(t) = \int_0^t (5t - g) dt = \frac{5}{2}t^2 - gt + v_{0B}$$

Integrando ancora una volta rispetto al tempo, si ottiene l'equazione oraria:

$$y_B(t) = \int_0^t \left( \frac{5}{2}t^2 - gt + v_{0B} \right) dt = \frac{5}{6}t^3 - \frac{1}{2}gt^2 + v_{0B}t$$

Pertanto, le coordinate del corpo B, istante per istante, sono:

$$\text{corpo B: } \begin{cases} x_B = d \\ y_B = \frac{5}{6}t^3 - \frac{1}{2}gt^2 + v_{0B}t \end{cases}$$

Il moto del corpo A è descritto dall'equazione:

$$\vec{r}_A = \vec{r}_{0A} + \vec{v}_{0A}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

Proiettando sugli assi si ottiene:

$$\text{corpo A: } \begin{cases} x_A = v_{0A} \cos \alpha t \\ y_A = h + v_{0A} \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Le due masse si urtano quando:

$$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{0A} \cos \alpha t_s = d \\ h + v_{0A} \sin \alpha t_s - \frac{1}{2}gt_s^2 = \frac{5}{6}t_s^3 - \frac{1}{2}gt_s^2 + v_{0B}t_s \end{cases}$$

dove  $t_s$  è l'istante in cui avviene lo scontro:  $t_s = 5 \text{ s}$ .

Risolvendo il sistema si ottengono i valori di  $v_{0A}$  e  $\alpha$ . Dalla prima:  $v_{0A} = \frac{d}{t_s \cos \alpha}$ . Sostituendo nella seconda si ottiene:

$$\tan \alpha = \frac{5t_s^3 + 6v_{0B}t_s - 6h}{6d}$$

Passando ai valori numerici abbiamo:

$$\tan \alpha = \frac{5 \cdot 5^3 + 6 \cdot 20 \cdot 5 - 6 \cdot 100}{6 \cdot 200} = \frac{25}{48} \rightarrow \alpha = \arctg \frac{25}{48} \cong 27^\circ 30'$$

$$v_{0A} = \frac{d}{t_s \cos \alpha} \cong \frac{200}{5 \cdot \cos 27^\circ 30'} \cong 45.10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La coordinata  $y_P$  del punto P in cui si ha lo scontro è:

$$y_P = y_B(t_s) = \frac{5}{6} t_s^3 - \frac{1}{2} g t_s^2 + v_{0B} t_s$$

Numericamente vale:

$$y_P = \frac{5}{6} 5^3 - \frac{1}{2} 9.8 \cdot 5^2 + 20 \cdot 5 \cong 81.67 \text{ m}$$

La velocità istantanea del corpo A è:  $\vec{v}_A = \vec{v}_{0A} + \vec{g} t$ . Le proiezioni sugli assi sono:

$$\begin{cases} v_{Ax} = v_{0A} \cos \alpha \\ v_{Ay} = v_{0A} \sin \alpha - g t \end{cases}$$

Il corpo A raggiunge il punto più alto nell'istante  $\tau$  in cui  $v_{Ay} = 0$ :

$$v_{Ay} = 0 \rightarrow v_{0A} \sin \alpha - g \tau = 0 \rightarrow \tau = \frac{v_{0A} \sin \alpha}{g} \quad \tau = \frac{v_{0A} \sin \alpha}{g} \quad \tau = \frac{45.10 \cdot \sin 27^\circ 30'}{9.8} \cong 2.13 \text{ s}$$

L'altezza massima è dunque:

$$H_{\max} \equiv y_A(\tau) = h + v_{0A} \sin \alpha \tau - \frac{1}{2} g \tau^2 = h + v_{0A} \sin \alpha \frac{v_{0A} \sin \alpha}{g} - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_{0A} \sin \alpha}{g} \right)^2 = h + \frac{v_{0A}^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H_{\max} = h + \frac{v_{0A}^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H_{\max} = 100 + \frac{(45.10)^2 \cdot \sin^2 27^\circ 30'}{2 \cdot 9.8} \cong 122.14 \text{ m}$$

Infine, valutiamo la velocità dei due corpi immediatamente prima dell'urto, cioè nell'istante  $t = t_s$ .

Per il corpo B si ha:

$$v_B(t_s) = \frac{5}{2} t_s^2 - g t_s + v_{0B}$$

Per il corpo A le componenti della velocità sono:

$$\begin{cases} v_{Ax}(t_s) = v_{0A} \cos \alpha \\ v_{Ay}(t_s) = v_{0A} \sin \alpha - g t_s \end{cases}$$

da cui il modulo:

$$v_A(t_s) = \sqrt{(v_{0A} \cos \alpha)^2 + (v_{0A} \sin \alpha - g t_s)^2} = \sqrt{v_{0A}^2 + g^2 t_s^2 - 2 v_{0A} g t_s \sin \alpha}$$

$$v_A(t_s) = \sqrt{v_{0A}^2 + g^2 t_s^2 - 2 v_{0A} g t_s \sin \alpha}$$

e l'angolo  $\beta$  che il vettore  $\vec{v}_A(t_s)$  forma con l'asse x:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_{Ay}(t_s)}{v_{Ax}(t_s)} = \frac{v_{0A} \operatorname{sen} \alpha - g t_s}{v_{0A} \cos \alpha} \rightarrow \beta = \operatorname{arctg} \left( \frac{v_{0A} \operatorname{sen} \alpha - g t_s}{v_{0A} \cos \alpha} \right)$$

Numericamente abbiamo:

$$v_B(t_s) = \frac{5}{2} 5^2 - 9.8 \cdot 5 + 20 \cong 33.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_A(t_s) = \sqrt{v_{0A}^2 + g^2 t_s^2 - 2 v_{0A} g t_s \operatorname{sen} \alpha} = \sqrt{(45.10)^2 + (9.8)^2 \cdot 5^2 - 2 \cdot 45.10 \cdot 9.8 \cdot 5 \cdot \operatorname{sen} 27^\circ 30'} \cong 48.92 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \left( \frac{v_{0A} \operatorname{sen} \alpha - g t_s}{v_{0A} \cos \alpha} \right) = \operatorname{arctg} \left( \frac{45.10 \cdot \operatorname{sen} 27^\circ 30' - 9.8 \cdot 5}{45.10 \cdot \cos 27^\circ 30'} \right) \cong -35^\circ 09'$$